

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 22.01.2019

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

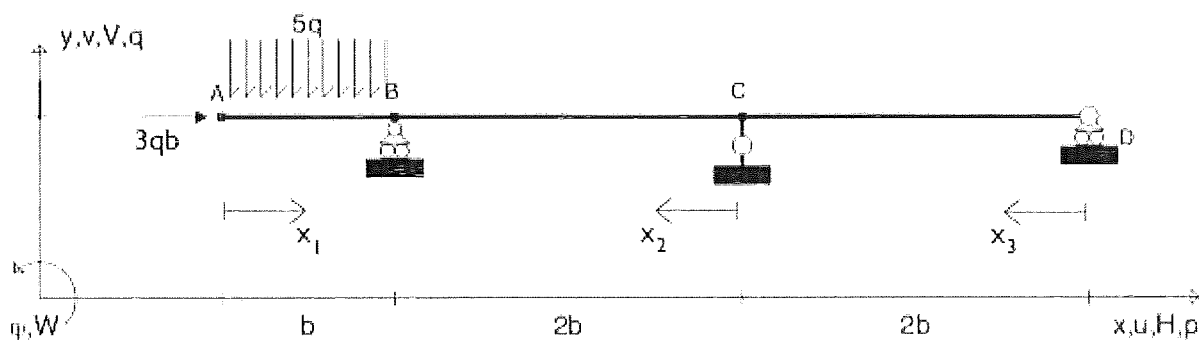
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.01.19*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

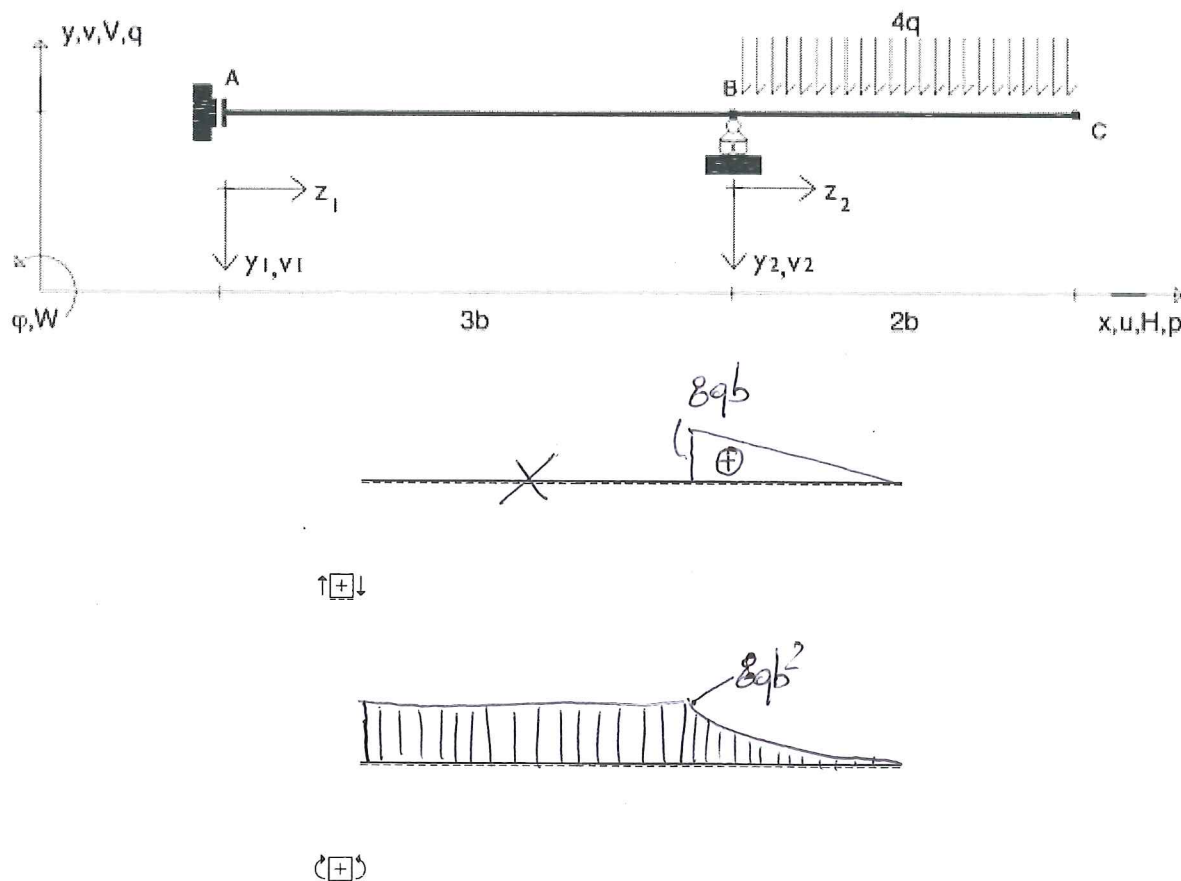
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *A*, v_A ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 22.01.19*001



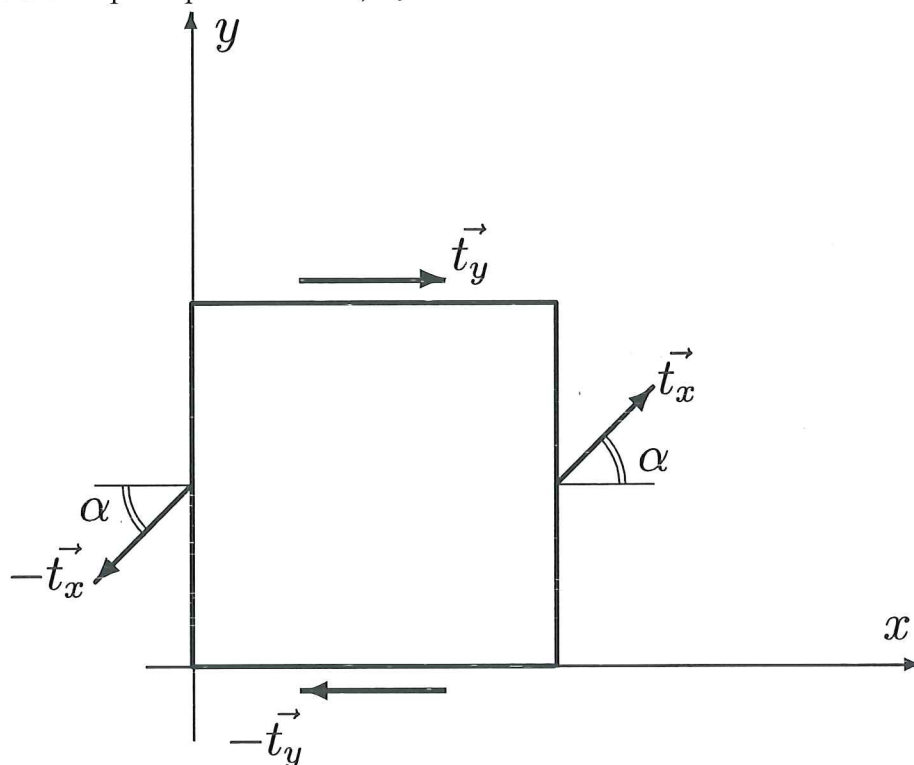
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; \quad M_A (\curvearrowright) = 8qb^2; \quad V_B (\uparrow) = 8qb; \\
 N_{AB} &= 0; \quad T_{AB} = 0; \quad M_{AB} = -8qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; \quad T_{BC} = 8qb - 4qz_2; \quad M_{BC} = -8qb^2 + 8qbz_2 - 2qz_2^2; \\
 \text{c.c in A} &= v_1'(z_1=0) = 0; \quad \text{c.c in B} = \begin{cases} v_1(z_1=3b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= //; \\
 v_1(z_1) &= -\frac{36qb^4}{EI} + 4\frac{qb^2z_1^2}{EI}; \quad v_1'(z_1) = \frac{8qb^2z_1}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= \frac{24qb^3z_2}{EI} + 4\frac{qb^2z_2^2}{EI} - 4\frac{qbz_2^3}{3EI} + \frac{qz_2^4}{6EI}; \quad v_2'(z_2) = \frac{24qb^3}{EI} + 8\frac{qb^2z_2}{EI} - 4\frac{qbz_2^2}{EI} + \frac{2qz_2^3}{3EI}; \\
 v_A &= -\frac{36qb^4}{EI} (\uparrow); \quad \theta_C = \frac{88qb^3}{3EI} (\searrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +120^\circ$ (sicché $\cos \alpha = -1/2$; $\sin \alpha = +\sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 60$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

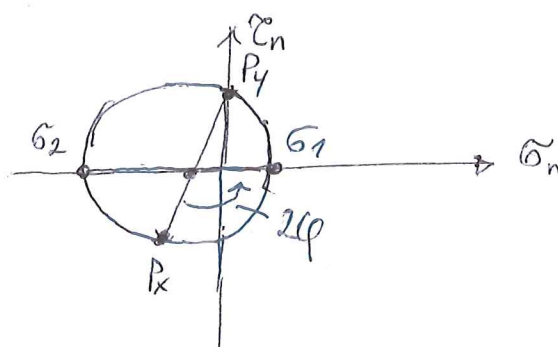
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -30.000000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.000000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 51.96152 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 39.08333 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -69.08333 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 54.08333 \text{ (MPa)};$$

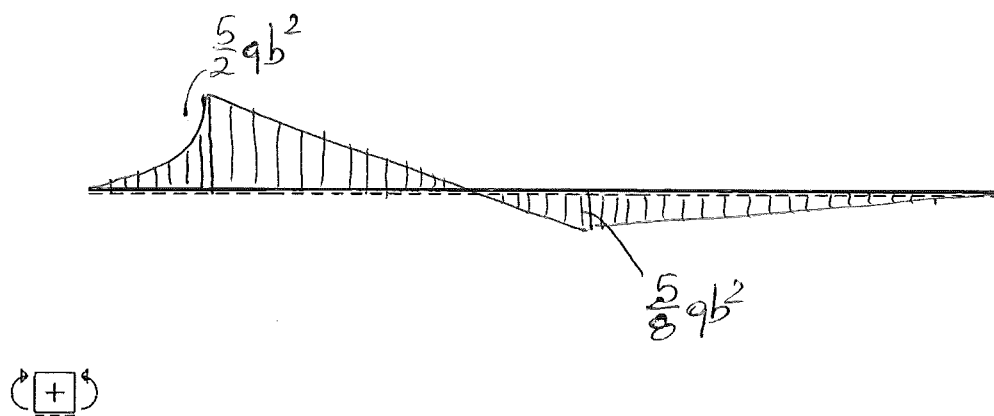
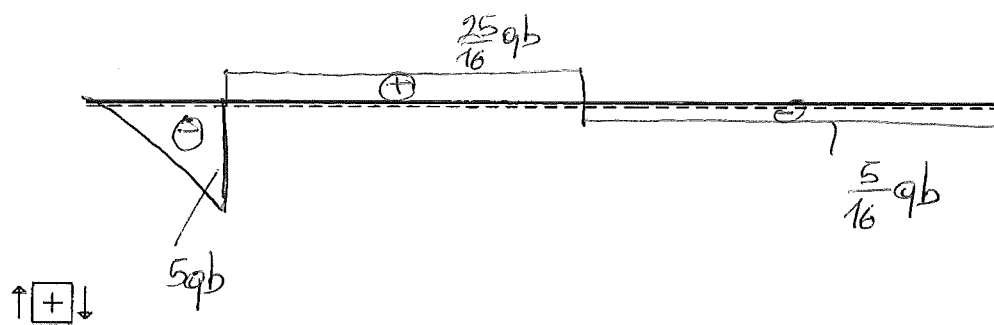
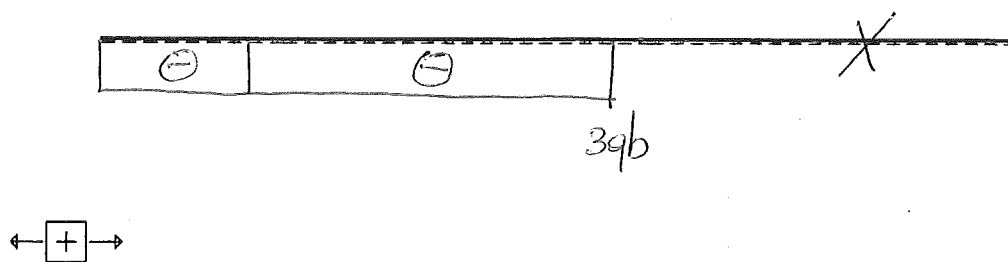
cerchio di Mohr:



$$P_x = (-30.00, -51.96)$$

$$P_y = (0.00, +51.96)$$

$$\varphi = +53.05106 \text{ }^\circ;$$



| | | | | |
|----------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------|
| $V_B (\uparrow) = \frac{105}{16} qb$ | $H_C (\Rightarrow) = -3qb$ | $V_C (\uparrow) = -\frac{15}{8} qb$ | $V_D (\uparrow) = \frac{5}{16} qb$ | $M_C (\curvearrowright) = \frac{5}{8} qb^2$ |
| $N_{AB} = -3qb$ | $T_{AB} = -5qx_1$ | $M_{AB} = -\frac{5}{2} qx_1^2$ | | |
| $N_{CB} = -3qb$ | $T_{CB} = \frac{25}{16} qb$ | $M_{CB} = \frac{5}{8} qb^2 - \frac{25}{16} qb x_2$ | | |
| $N_{DC} = 0$ | $T_{DC} = -\frac{5}{16} qb$ | $M_{DC} = \frac{5}{16} qb x_3$ | | |
| $v_A = -\frac{25}{12} \frac{qb^4}{EI}$ | (\downarrow) | | | |